MAT 479 DÖNÜŞÜMLER VE GEOMETRİLER 2. QUİZ (03.01.2022)

Adı Soyadı:	1	2	Toplam
Numarası:			

1.) k pozitif bir reel sayı olmak üzere $R\ldots\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$, $k \in \mathbb{R}^+$, şeklindeki radyal dönüşümlerin kümesinin bileşke işlemine göre değişmeli grup olduğunu gösteriniz **(50 P.)**.

2.) $S\ldots\begin{cases} x' = -x + 2 \\ y' = \ \ y - 4 \end{cases}$

dönüşümünün hareket olup-olmadığını inceleyiniz. Hareket ise direkt veya karşıt hareket olduğunu ifade ederek türünü(öteleme, dönme, yansıma, ötelemeli yansıma) belirleyiniz**(50 P.)**.

<u>NOT</u>: Sorular eşit puanlı olup, süre 45 dakikadır. Prof. Dr. Ayhan TUTAR

CEVAPLAR

C-1) $G=\{R \mid R$ bir radyal dönüşüm$\}$ olsun.

i) $I \ldots \begin{cases} x' = x \\ y' = y \end{cases}$ özdeşlik dönüşümü $k=1$ olan bir radyal dönüşüm olup $I \in G$ dir. Yani, $G \neq \emptyset$.

ii) $\forall R_1, R_2 \in G$ için $R_1 R_2 \in G$ midir.

$R_1 \ldots \begin{cases} x'' = k_1 x' \\ y'' = k_1 y' \end{cases}$, $R_2 \ldots \begin{cases} x' = k_2 x \\ y' = k_2 y \end{cases}$

iki radyal dönüşüm olmak üzere

$$R_1 R_2 \ldots \begin{cases} x' = (k_1 k_2) x \\ y' = (k_1 k_2) y \end{cases}$$

olur. $k_1, k_2 \in \mathbb{R}^+$ olduğundan $(k_1 . k_2) \in \mathbb{R}^+$ dır, $R_1 R_2$ bir radyal dönüşümdür. O halde $\forall R_1, R_2 \in G$ için $R_1 R_2 \in G$ olup G, bileşke işlemine göre kapalıdır.

Ayrıca $R_2 R_1 \ldots \begin{cases} x' = (k_2 . k_1) x \\ y' = (k_2 . k_1) y \end{cases}$

olduğundan $R_1 R_2 = R_2 R_1$ olup bileşke işlemine göre değişmelidir.

(iii) $R \ldots \begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$, $k \in \mathbb{R}^+$, için $R^{-1} \ldots \begin{cases} x' = \frac{1}{k} x \\ y' = \frac{1}{k} y \end{cases}$ dir. $k \in \mathbb{R}^+$ old. dan

$\frac{1}{k} \in \mathbb{R}^+$ dır. Dolayısıyla $R^{-1} \in G$ dir. O halde, $\forall R \in G$ için $R^{-1} \in G$ dir.

iv) G nin birimi I özdeşlik dönüşümüdür.

v) Fonksiyonlar bileşke işlemine göre birleşimli olduğundan G de bileşke işlemine göre birleşmelidir.

Sonuç olarak $(G, \circ)$ ikilisi bir değişmeli gruptur.

C-2)

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1$$ olup, karşıt harekettir.

Sabit nokta var ise yansımadır.

$$\left.\begin{aligned} x &= -x+2 \\ y &= y-4 \end{aligned}\right\} \Rightarrow x=1, \quad 0=-4 \Rightarrow$$ Yansıma değil.

Dolayısıyla ötelemeli yansımadır.